

## AUFGABEN 2: VORLESUNG GRUNDLAGEN DER MATHEMATIK

**Aufgabe 1.** Seien  $X, Y \neq \emptyset$  Menge. Zeigen Sie, dass  $(X \times Y = Y \times X) \Rightarrow X = Y$  gilt.

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie, dass für jede Menge  $X$  gilt, dass

$$\bigcup_{A \in \mathfrak{P}(X)} A = X, \quad \bigcap_{A \in \mathfrak{P}(X)} A = \emptyset,$$

wobei  $\mathfrak{P}(X)$  die Potenzmenge von  $X$  ist.

**Aufgabe 3.** Es seien  $X, Y, A, B$  Mengen. Zeigen oder widerlegen Sie:

(a) Es gilt  $(A \times B \subset X \times Y) \Leftrightarrow (A \subset X) \wedge (B \subset Y)$ .

(b) Es gilt  $(X \times Y) \cup (A \times Y) = (X \cup A) \times Y$ .

(c) Es gilt  $(X \times Y) \cap (X \times B) = X \times (Y \cap B)$ .

(d) Es gilt  $(X \times Y) \cup (A \times B) = (X \cup A) \times (Y \cup B)$ .

(e) Es gilt  $(X \times Y) \cap (A \times B) = (X \cap A) \times (Y \cap B)$ .

Gelten einige der Aussagen unter der Annahme, dass alle Mengen nicht leer sind?

**Aufgabe 4.** Beweisen Sie die De Morganschen Regeln: Es sei  $\{A_i \mid i \in I\}$  ein Mengensystem mit  $A_i \subset X$  für alle  $i \in I$ . Dann gilt

$$\left( \bigcup_{i \in I} A_i \right)^c = \bigcap_{i \in I} (A_i)^c, \quad \left( \bigcap_{i \in I} A_i \right)^c = \bigcup_{i \in I} (A_i)^c,$$

wobei  $^c$  das Komplement in  $X$  bezeichnet.

**Abgabe:** 30.Sep.2019 vor der Vorlesung. **Rückgabe:** 03.Okt.2019 in den Übungen.