

## AUFGABEN 7: VORLESUNG GRUNDLAGEN DER MATHEMATIK

**Aufgabe 1.** Zeigen Sie, dass für  $m, n \in \mathbb{N}_0$  mit  $m \leq n$  die Beziehung  $(m!(n-m)!)|n!$  gilt.

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie die folgenden Aussagen.

(a) Es gibt unendlich viele Primzahlen.

(Tipp:  $p_1 p_2 \cdots p_r + 1$  ist nicht durch  $p_1, p_2, \dots, p_r$  teilbar.)

(b) Es gibt beliebig große Lücken zwischen Primzahlen.

(Tipp: Überlegen Sie, welche der Zahlen  $(n+1)! + 2, (n+1)! + 3, \dots, (n+1)! + n, (n+1)! + n + 1$  Primzahlen sind.)

**Aufgabe 3.** Definiere eine Abbildung  $f: \mathbb{N}_0 \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{N}_0$  rekursiv durch

$$f(1) = 2, \quad f(n) = f(n-1) + n2^n, \quad \forall n > 1.$$

Zeigen Sie, dass  $f(n) = (n-1)2^{n+1} + 2$  für alle  $n \in \mathbb{N}_0 \setminus \{0\}$  gilt.

**Aufgabe 4.** Zeigen Sie, dass es  $n!$  totale Ordnungen auf einer  $n$  elementigen Menge gibt.

**Abgabe:** 04.Nov.2019 vor der Vorlesung. **Rückgabe:** 07.Nov.2019 in den Übungen.